тождеству

$$\int\limits_{\Gamma_T} \left( -\frac{\partial u}{\partial t}\frac{\partial \eta}{\partial t} + a(x)\frac{\partial u}{\partial x}\frac{\partial \eta}{\partial x} + b(x)u\eta \right) dxdt = \int\limits_{\Gamma} \frac{\partial u(x,0)}{\partial t}\eta(x,0)dx + \int\limits_{\Gamma_T} f\eta dxdt$$

при любой $\eta(x,t) \in W^1_{2,0}(\Gamma_T)$, равной нулю при $t = T$.

Для начально-краевых задач (1)–(3) и (4), (5), (3) справедливы следующие утверждения.

Т е о р е м а 1. *При любых* $\varphi(x) \in L_2(\Gamma)$ *и* $f(x,t) \in L_{2,1}(\Gamma_T)$ *начально-краевая задача* (1) – (3) *однозначно разрешима, если выполнены условия* (7).

Т е о р е м а 2. *При любых* $\varphi(x) \in W^1_{2,0}(\Gamma)$, $\psi(x) \in L_2(\Gamma)$ *и* $f(x,t) \in L_{2,1}(\Gamma_T)$ *начально-краевая задача* $(4),(5),(3)$ *однозначно разрешима, если выполнены условия* (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Юрко В.А.* Введение в теорию обратных спектральных задач. М.: Физматлит, 2007.
2. *Волкова А.С., Гнилицкая Ю.А., Провоторов В.В.* О разрешимости краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов на геометрическом графе // Системы управления и информационные технологии, 2013. №1 (51). С. 11-15.
3. *Ладыженская О.А.* Краевые задачи математической физики. М.: Наука, 1973.
4. *Волкова А.С.* Обобщенные решения для эллиптического уравнения в задачах граничного управления на геометрическом графе // Процессы управления и устойчивость: труды 43-й междунар. науч. конференции аспирантов и студентов / под ред. А.С. Еремина, Н.В. Смирнова. СПб.: Издат. Дом С.-Петербур. гос. ун-та., 2012. С. 14-20.

Volkova A.S. UNIQUE SOLVABILITY OF INITIAL-BOUNDARY VALUE PROBLEMS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS ON A GRAPH

The generalized solution of initial-boundary value problems with distributed parameters on an arbitrary geometric graph is considered. The conditions of unique solvability of such problems are given.

*Key words*: generalized solution; theorem on unique solvability of initial-boundary value problems.

УДК 517.922

# ОБ ОДНОМ НЕЛИНЕЙНОМ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОМ УРАВНЕНИИ, НЕ РАЗРЕШЕННОМ ОТНОСИТЕЛЬНО СТАРШЕЙ ПРОИЗВОДНОЙ

© **М.И. Вязанкина**

*Ключевые слова*: нелинейное дифференциальное уравнение; функция Грина; интегральные постоянные; липшицевы постоянные; абсолютно устойчивое решение.

На основании интегральных постоянных и основного интегрального условия получены свойства решения нелинейного дифференциального уравнения.

Рассмотрим нелинейное дифференциальное уравнение $n$-го порядка, не разрешенное относительно старшей производной, следующего вида [1]:

$$a_0x^{(n)} + a_1x^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1}\dot{x} + a_nx = f(t, x, \dot{x}, \cdots, x^{(n-1)}, x^{(n)}). \tag{1}$$

Предположим, что $a_0, a_1, \ldots, a_{n-1}, a_n$ — постоянные коэффициенты, $a_0 \neq 0$. Предположим также, что выполнено нерезонансное условие:

$$L_n(i\theta) \equiv a_0(i\theta)^n + a_1(i\theta)^{n-1} + \ldots + a_{n-1}(i\theta) + a_n \neq 0,$$

$$-\infty < \theta < +\infty.$$

В этом случае существует единственная ограниченная функция Грина $G(t)$ [2], с помощью которой ограниченное решение уравнения (1) при $f(t, x, \dot{x}, \cdots, x^{(n-1)}, x^{(n)}) \equiv f(t)$ и его производные записываются в следующем виде:

$$x^{(j)}(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} G^{(j)}(t-s) f(s) ds, \;\; j = 0, 1, \ldots, n-1;$$
$$x^{(n)}(t) = \frac{1}{a_0} f(t) + \int_{-\infty}^{+\infty} G^{(n)}(t-s) f(s) ds.$$

Введем интегральные постоянные, положив:

$$æ_j = \int_{-\infty}^{+\infty} |G^{(j)}(t)| dt, \;\; j = 0, 1, \ldots, n-1;$$
$$æ_n = \frac{1}{|a_0|} + \int_{-\infty}^{+\infty} |G^{(n)}(t)| f dt.$$

Предположим, что нелинейная функция $f(t, x, \dot{x}, \cdots, x^{(n-1)}, x^{(n)})$ непрерывна по времени $t$ и удовлетворяет условию Липшица по пространственным переменным:

$$|f(t, x_0, x_1, \ldots, x_{n-1}, x_n) - f(t, y_0, y_1, \ldots, y_{n-1}, y_n)| \leqslant$$
$$\leqslant \sum_{j=0}^{n} l_j |x_j - y_j|,$$

где $l_0, l_1, \ldots, l_{n-1}, l_n$ — липшицевы постоянные. Пусть выполнено интегральное условие:

$$q \equiv \sum_{j=0}^{n} æ_j l_j < 1.$$

Предположим еще, что нерезонансный многочлен $L_n(\lambda)$ является гурвицевым. Тогда нелинейное дифференциальное уравнение (1) имеет единственное ограниченное решение $x(t)$; у этого решения ограниченными являются все производные до $n$-й включительно; это решение является абсолютно устойчивым, т. е.:

$$|x^{(j)}(t) - y^{(j)}(t)| \to 0 \text{ при } t \to +\infty \text{ для } j = 0, 1, \ldots, n-1, n$$

для любого другого решения $y(t)$ уравнения (1).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Вязанкина М.И.* Об одной теореме существования и единственности почти периодического решения нелинейного дифференциального уравнения n-го порядка. // Современные методы теории функций и смежные проблемы. Воронеж: Издательско-полиграфический центр Воронежского государственного университета, 2013. С. 46-47.

2. *Красносельский М.А., Бурд В.Ш., Колесов Ю.С.* Нелинейные почти периодические колебания. М.: Наука, 1970. 352 с.

3. *Коструб И.Д., Перов А.И.* Ограниченные решения нелинейных дифференциальных уравнений. Saarbrucken, LAP LAMBERT Academic Publishing, 2012. 162 с.

Vyazankina M.I. ON A NONLINEAR DIFFERENTIAL EQUATION NOT RESOLVED WITH RESPECT HIGHEST DERIVATIVE

On the basis of integral constants and basic integral condition the properties of the solution of the nonlinear differential equation are derived.

*Key words*: nonlinear differential equation; Green's function; integral constants; Lipschitz constants; absolutely stable solution.

УДК 519.722

# К ВОПРОСУ ВЗАИМООТНОШЕНИЙ ТЕОРИИ ИНФОРМАЦИИ И ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

© **В.Б. Вяткин**

*Ключевые слова*: конечное множество; информация; энтропия; синтропия.
Показано, что взгляды А.Н.Колмогорова на взаимоотношения теории информации и теории вероятностей находят свое подтверждение в лице синергетической теории информации.

А.Н. Колмогоров неоднократно [1–3] заострял внимание на взаимоотношениях теории информации и теории вероятностей, говоря, «не видно, почему теория информации должна столь существенно основываться на теории вероятностей, как это представляется по большинству руководств» [3, с. 29], и утверждая, что «теория информации должна предшествовать теории вероятностей, а не опираться на нее» [3, с. 35]. Тем не менее, «большинство руководств» продолжает относиться к этим взаимоотношениям по-прежнему, что обусловлено широким распространением вероятностной теории информации К. Шеннона [4], основанной на формуле энтропии $H$ множества вероятностей $p = p_1, p_2, \ldots, p_n$ :

$$H = -K \sum_{i=1}^{n} p_i \log_a p_i, \ \sum_{i=1}^{n} p_i = 1, \tag{1}$$

где $K$ – некоторая положительная константа, зависящая от выбора единиц измерения информации (от основания логарифма $a$, причем, если $a = 2$, то $K = 1$ ).

Вместе с тем приведенные слова А.Н. Колмогорова находят свое подтверждение в лице синергетической теории информации (СТИ) [5, 6], предметом познания которой являются информационно-количественные аспекты отражения (воспроизведения) конечных множеств. В пользу этого говорит тот факт, что в данной теории без какого-либо использования теории вероятностей получен аналог (1), имеющий иной содержательный смысл, а понятию вероятности дается информационная интерпретация. Покажем это.

Термином информация в СТИ обозначаются сведения о конечном множестве как едином целом, а мерой информации служит средняя длина $\bar{L}$ интегративного кода элементов, из которых состоит множество. В основе теории лежит вывод двух формул: количества информации $I_A$, отражаемой множеством $A$ с числом элементов $M_A$ о самом себе как о целостном образовании, и информационной синтропии, т. е. количества информации $I_{AB}$, которую отражают друг о друге как едином целом два пересекающихся множества $A$ и $B$, таких, что $A \bigcap B = K$. (В переводе с греческого языка *синтропия – взаимосвязь образов, сообраз*).

Первоначально формула $I_A$ получена в следующем виде:

$$I_A = \bar{L}_A = x + 2 - \frac{2^{x+1}}{M_A}, \tag{2}$$